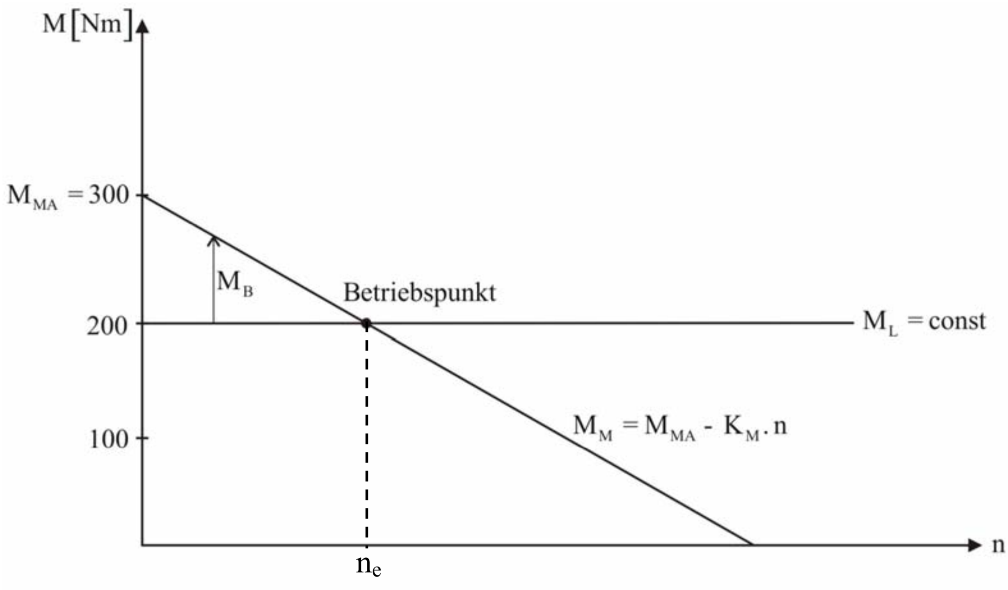
INSTITUT FÜR ELEKTRISCHE ENERGIETECHNIK
TECHNISCHE UNIVERSITÄT CLAUSTHAL

Elektrische Energietechnik

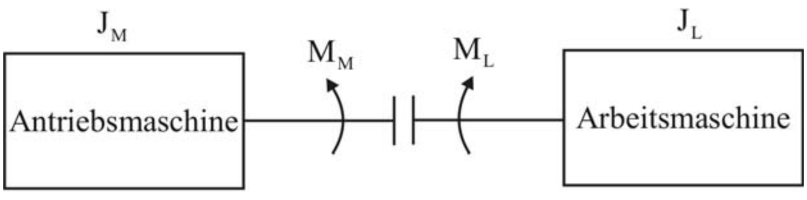
Lösungen des 1. Übungsblattes

Die Kennlinien des Motors (Fremderregte Gleichstrommaschine) und von der Last sehen wie folgt aus:



M_B : Beschleunigungsmoment

Es gilt:



$$\boxed{J = J_M + J_L}$$

1.) Bedingungen für Enddrehzahl sind:
- Motormoment = Lastmoment
- Beschleunigungsmoment = 0

Momentengleichgewicht: $M_B = M_M - M_L = 0$ **(1)**

$$\Leftrightarrow \; M_{MA} - K_M . n_e - M_L = 0 \qquad \textbf{(2)}$$

$$\Leftrightarrow \; n_e = \frac{M_{MA} - M_L}{K_M} \qquad \textbf{(3)}$$

$$= \frac{300\text{Nm} - 200\text{Nm}}{7{,}5\text{Nms}} = 13{,}33 \; \frac{1}{s} = 800 \; \frac{U}{\min}$$

2.) Stabilität: Antrieb kehrt nach Auslenkung in die Ruhelage(Arbeitspunkt) zurück.

$n < n_e: \; M_B > 0$ (siehe Diagramm)

$n > n_e: \; M_B < 0 \quad \Rightarrow$ Steigung von M_B negativ

$$\Rightarrow \quad \frac{d}{dn} M_B < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{d}{dn} M_M - \frac{d}{dn} M_L < 0 \;\text{ mit (2)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{d}{dn} M_M < \frac{d}{dn} M_L$$

Nun sollen wir M_M nach n ableiten ($M_M = M_{MA} - K_M . n$) und in die obere Ungleichung einsetzen:

$$\Rightarrow \quad \frac{d}{dn} M_M = -K_M < \frac{d}{dn} M_L = 0 \quad \rightarrow$$ Betriebspunkt ist stabil.

3.) Es gilt der Impulsmomentensatz (für starre Körper, Drallsatz oder Drehimpulssatz genannt)

$$M_B = M_M - M_L$$

allgemein : $\sum_i M_i = J \frac{d\omega}{dt}$, hier mit Gl. (1): $M_M - M_L = J \frac{d\omega}{dt}$

$$\Leftrightarrow \quad dt = \frac{J}{M_M - M_L} d\omega$$

Hochlaufzeit t_H für Hochlauf von Drehzahl n auf Enddrehzahl n_e wird durch Integration bestimmt:

$$\int_0^{t_H} dt = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{J}{M_M - M_L} d\omega \qquad \Rightarrow \qquad t_H = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{J}{M_M - M_L} d\omega \qquad \textbf{(4)}$$

Exakte Ermittlung der Anlaufzeit ist auf 2 Wegen möglich:

a) Impulsmomentensatz:

$$M_{MA} - K_M \,.\, n - M_L = J \,.\, 2\pi \,.\, \frac{dn}{dt}$$

Die obige Relation ist eine inhomogene lineare Differenzialgleichung mit konstanten Koeffizienten, die zu lösen ist. Als Ergebnis erhält man eine Funktion der Form $n = f(t)$, wovon dann die Umkehrfunktion $t = f(n)$ zu bilden ist.

b) Anlaufzeit direkt berechnen:

Den Wert von M_M in Gl. **(4)** einsetzen: $t_H = 2\pi.J \int_{n_1}^{n_2} \frac{1}{M_{MA} - M_L - K_M \,.\, n}\, dn$

Die Lösung des Integrals erhalten wir durch Substitution oder Bronstein.

Lösung durch Substitution: $u = M_{MA} - M_L - K_M \,.\, n$

$$\frac{du}{dn} = -K_M \quad \Leftrightarrow \quad dn = \frac{-1}{K_M} \,.\, du$$

$$\Rightarrow \quad t_H = 2\pi.J \int_{u(n_1)}^{u(n_2)} \left(\frac{-1}{K_M} \right) \frac{1}{u}\, du$$

mit $u(n_1) = M_{MA} - M_L - K_M \,.\, n_1$ und $u(n_2) = M_{MA} - M_L - K_M \,.\, n_2$

$$\Rightarrow \quad t_H = -\frac{2\pi.J}{K_M} \,.\, \ln u \,\Big|_{u(n_1)}^{u(n_2)}$$

$$= -\frac{2\pi.J}{K_M} \left(\ln u(n_2) - \ln u(n_1) \right)$$

$$= \frac{2\pi.J}{K_M} \left(\ln u(n_1) - \ln u(n_2) \right)$$

mit $\log N_1 - \log N_2 = \log \frac{N_1}{N_2}$

$$\Rightarrow \quad t_H = \frac{2\pi.J}{K_M} \,.\, \ln \left(\frac{u(n_1)}{u(n_2)} \right)$$

Rücksubstitution:

$$t_H = \frac{2\pi.J}{K_M}.\ln\left(\frac{M_{MA} - M_L - K_M.n_1}{M_{MA} - M_L - K_M.n_2}\right)$$

$$t_A = \frac{2\pi.J}{K_M}.\ln\left(\frac{M_{MA} - M_L}{M_{MA} - M_L - K_M.n_2}\right) \qquad \text{mit} \quad n_1 = 0$$

Wann wird die Enddrehzahl theoretisch erreicht?

$$t_A\left(n_2 \to n_e\right) = \frac{2\pi.J}{K_M}.\ln\left(\frac{M_{MA} - M_L}{\underbrace{M_{MA} - M_L - K_M.\frac{\left(M_{MA} - M_L\right)}{K_M}}_{\text{Nenner}=0}}\right)$$

Aus der Teilaufgabe 1: $n_e = \frac{\left(M_{MA} - M_L\right)}{K_M}$ (siehe Gl. (3))

$\Rightarrow \quad t_A = \frac{2\pi.J}{K_M}.\ln\left(\infty\right) = \infty \quad \to$ Die Enddrehzahl wird theoretisch nie erreicht!

In der Praxis ist jedoch die Anlaufzeit nur 95% der Enddrehzahl:

$$t_{A(95\%)} = \frac{2\pi.J}{K_M}.\ln\left(\frac{M_{MA} - M_L}{M_{MA} - M_L - K_M.\frac{\left(M_{MA} - M_L\right)}{K_M}.0,95}\right) = 12,55\text{ s}$$

4.) Bremsen:

$$-M_L = J_L\frac{d\omega}{dt} \quad \Rightarrow \quad dt = -\frac{J_L}{M_L}.d\omega$$

$$\Rightarrow \int_0^{t_B} dt = -\int_{\omega_1}^{0}\frac{J_L}{M_L}.d\omega$$

$$\Rightarrow \quad t_B = -\frac{2\pi J_L}{M_L}\int_{n_1}^{0} dn = -\frac{2\pi J_L}{M_L}.n\,\Big|_{n_1}^{0} = \frac{2\pi J_L}{M_L}.n_1$$

$$= \frac{2\pi.4\text{kgm}^2}{200\text{Nm}}.13,33\frac{1}{s} = 1,675\text{ s}$$