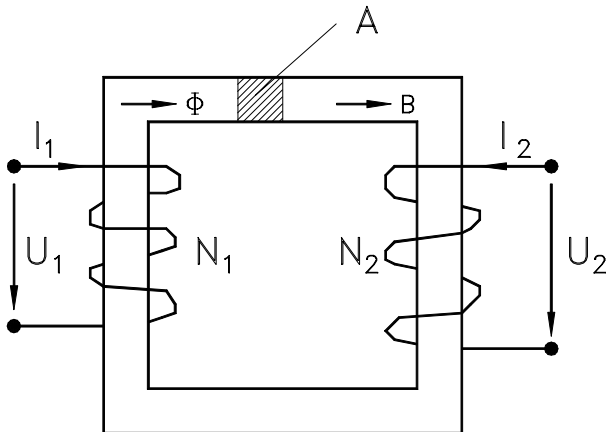


6. Aufgabe



$$P_N = 5000 \text{ VA}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{400 \text{ V}}{100 \text{ V}} = 4$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$A = 80 \text{ cm}^2$$

1) Idealer Trafo d.h. keine Streuung und der ohmsche Widerstand der Wicklung wird zunächst vernachlässigt. Bestimmung der Windungszahlen für

$$\hat{B} = 1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$$

Die angelegte Spannung u_1 ist sinusförmig, damit sind der Strom i_1 und der Fluß Φ ebenfalls sinusförmig.

$$\Phi(t) = \hat{\Phi} \cdot \sin(\omega t)$$

Anwendung des Induktionsgesetzes:

$$u_i(t) = N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Mit dem vorausgesetzten sinusförmigen Verlauf des Flusses ergibt sich:

$$u_i(t) = N \cdot \omega \cdot \hat{\Phi} \cos(\omega t)$$

bzw.

$$u_i(t) = N \cdot 2\pi f \cdot \hat{\Phi} \cos(\omega t); \quad \hat{U} = N \cdot 2\pi f \cdot \hat{\Phi}$$

Daraus ergibt sich der Effektivwert der induzierten Wechselspannung:

$$U_{eff} = \frac{N \cdot 2\pi f \cdot \hat{\Phi}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot f \cdot \hat{\Phi}$$

$$U_{eff} = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \hat{\Phi} \quad (\text{Trafoentwurfsgleichung})$$

Die Trafoentwurfsgleichung gibt also das Induktionsgesetz für sinusförmige Größen wieder. Für den Zusammenhang zwischen Fluß und Induktion gilt:

$$\Phi = B \cdot A \quad \text{bzw.} \quad \hat{\Phi} = \hat{B} \cdot A$$

Die angelegte Netzspannung U_1 ist gleich der Induktionsspannung in der Spule 1
 (für $R_1 = X_{\sigma 1} = 0$), d.h.

$$U_1 = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \hat{\Phi} = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \hat{B} \cdot A$$

aufgelöst nach der Windungszahl N_1 ergibt sich:

$$N_1 = \frac{U_1}{4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A}$$

$$N_1 = \frac{400 \text{ V} \cdot \text{m}^2}{4,44 \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 1 \text{ Vs} \cdot 80 \cdot 10^{-4} \text{ Hm}^2} = 225,23$$

$$N_1 = 225 \quad (\text{nur ganze Zahlen möglich})$$

N_2 ließe sich analog dazu berechnen, ergibt sich aber einfacher aus dem Übersetzungsverhältnis.

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{400 \text{ V}}{100 \text{ V}} = 4$$

$$N_2 = \frac{N_1}{\ddot{u}} = \frac{225}{4} = 56,25$$

$$N_2 = 56$$

2) Berechnung der Primär- und Sekundärströme

Bei einem Trafo wird als Leistung immer die Scheinleistung angegeben

$$P_N = U_{1N} \cdot I_{1N} = U_{2N} \cdot I_{2N}$$

$$I_{1N} = \frac{P_N}{U_{1N}} = \frac{5000 \text{ VA}}{400 \text{ V}} = 12,5 \text{ A}$$

I_{2N} läßt sich auch über das Übersetzungsverhältnis berechnen:

$$I_{2N} = I_{1N} \cdot \ddot{u} = 12,5 \text{ A} \cdot \frac{225}{56} = 50,22 \text{ A}$$

3) Berechnung der Leiterquerschnitte für konstante Stromdichte

$$S = \frac{I}{A} \quad \left(\text{Stromdichte} = \frac{\text{Stromstärke}}{\text{Fläche}} \right)$$

zugelassen hier: $S = 2,5 \text{ A/mm}^2$

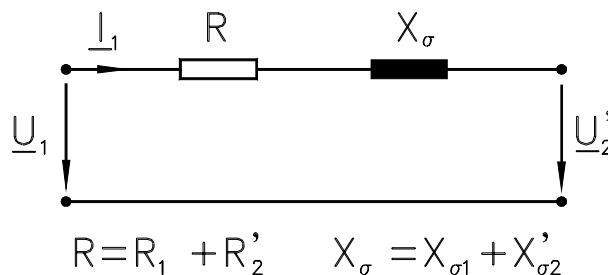
$$A_1 = \frac{I_{1N}}{S} = \frac{12,5 \text{ A mm}^2}{2,5 \text{ A}} = 5,0 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{I_{2N}}{S} = \frac{50,22 \text{ A mm}^2}{2,5 \text{ A}} = 20 \text{ mm}^2$$

Im Allgemeinen ergeben sich hier ideale Querschnitte, die man nicht unbedingt kaufen kann. In der Praxis wird der nächstgrößere Normquerschnitt verwendet. Die weitere Rechnung verwendet aber die hier berechneten Querschnitte.

4) Berechnung der Wicklungswiderstände

Im vereinfachten Ersatzschaltbild werden (für Belastungen in der Größenordnung der Nennleistung) der Eisenverlustwiderstand R_{Fe} und die Hauptinduktivität X_h weggelassen. Die Größen der Sekundärseite werden auf die Primärseite umgerechnet.



Für die Umrechnung gilt:

$$U_2' = \ddot{u} \cdot U_2; \quad R_2' = \ddot{u}^2 \cdot R_2; \quad X_{\sigma 2}' = \ddot{u} \cdot X_{\sigma 2}$$

$$R_1 = \frac{N_1 \cdot l_m}{A_1 \cdot \kappa} = \frac{225 \cdot 0,55 \text{ m} \cdot \Omega \cdot \text{mm}^2}{5,0 \text{ mm}^2 \cdot 57 \text{ m}} = 0,434 \Omega$$

$$R_2 = \frac{N_2 \cdot l_m}{A_2 \cdot \kappa} = \frac{56 \cdot 0,55 \text{ m} \cdot \Omega \cdot \text{mm}^2}{20 \text{ mm}^2 \cdot 57 \text{ m}} = 0,027 \Omega$$

$$R_2' = \dot{u}^2 \cdot R_2 = 4^2 \cdot 0,027 \Omega = 0,432 \Omega$$

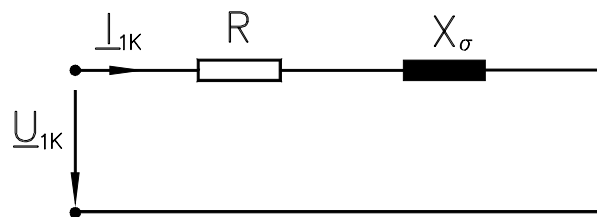
$$R_1 + R_2' = 0,866 \Omega$$

Bei gleicher Stromdichte und Nennleistung ergeben sich die beiden auf eine Seite bezogenen Wicklungswiderstände gleich groß ($R_1 = R_2'$).

5) Berechnung von φ_K und U_K

φ_K ist der Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung bei kurzgeschlossenen Sekundärklemmen.

Ersatzschaltbild bei Kurzschluß:



$$R = R_1 + R_2' \quad X_\sigma = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}'$$

laut Aufgabenstellung gilt: $X_\sigma = 2R$.

$$\varphi_K = \arctan \frac{X_\sigma}{R} = \arctan \frac{2R}{R} = \arctan 2 = 63,4^\circ$$

$$\underline{Z}_K = R + jX_\sigma = (0,866 + j1,732) \Omega = 1,94 \Omega \cdot e^{j63,4^\circ}$$

Zum Begriff der Kurzschlußspannung:

Bei kurzgeschlossener Sekundärseite wird U_1 , von Null ausgehend, so lange gesteigert, bis der Primärstrom seinen Nennwert erreicht hat. Die dann anliegende Spannung ist die (absolute) Kurzschlußspannung.

$$\underline{U}_{1K} = \underline{I}_{1N} \cdot (R + jX_\sigma) = \underline{I}_{1N} \cdot \underline{Z}_K$$

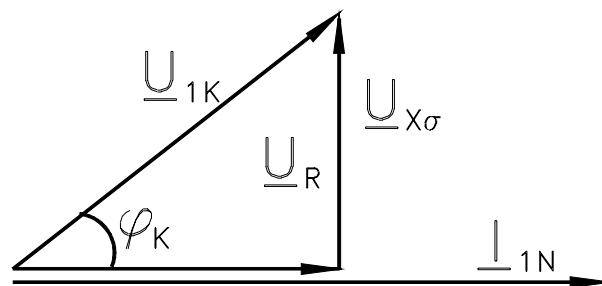
$$U_{1K} = 12,5 \text{ A} \cdot \sqrt{0,866^2 + 1,732^2} = 12,5 \text{ A} \cdot 1,94 \Omega = 24,25 \text{ V}$$

Das ist gleichzeitig der (betragsmäßige) Spannungsabfall zwischen U_1 und U_2' bei Nennstrom.

Relative Kurzschlußspannung:

$$u_{1K} = \frac{U_{1K}}{U_{1N}} = \frac{24,25 \text{ V}}{400 \text{ V}} = 0,06 = 0,06 \cdot 100\% = 6\%$$

Zeigerbild: (normales Zeigerbild einer R-L-Reihenschaltung)



6) Kurzschlußstrom bei Nennspannung

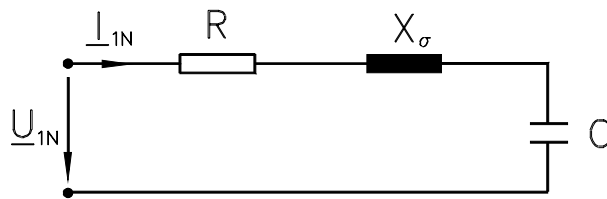
$$I_{1K} = \frac{U_{1N}}{Z_K} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{0,866^2 + 1,732^2}} = \frac{400 \text{ V}}{1,94 \Omega} = 206,19 \text{ A}$$

$$\text{oder mit } u_{1K} = \frac{U_{1K}}{U_{1N}} \quad d.h. \quad U_{1N} = \frac{U_{1K}}{u_{1K}}$$

$$I_{1K} = \frac{U_{1N}}{Z_K} = \frac{U_{1K}}{u_{1K} \cdot Z_K} = \frac{I_{1N}}{u_{1K}} = \frac{12,5 \text{ A}}{0,06} = 208,33 \text{ A}$$

Der Dauerkurzschlußstrom läßt sich also auch aus dem Nennstrom und der relativen Kurzschlußspannung berechnen. Je größer die relative Kurzschlußspannung ist, desto geringer ist der Kurzschlußstrom, umso größer sind allerdings auch die Spannungsänderungen bei Lastschwankungen.

7) Anschluß eines Kondensators



$$R = R_1 + R_2' \quad X_\sigma = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}'$$

mit $R = 0,866 \, \Omega$ und $X_\sigma = 1,732 \, \Omega$

Der im Kreis wirksame Gesamtwiderstand ist:

$$\underline{Z} = R + jX_\sigma - \frac{j}{\omega C'} = R + jX_\sigma + jX_C' = R + j(X_\sigma + X_C')$$

Für den Betrag gilt:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_\sigma + X_C')^2} = \frac{U_{1N}}{I_{1N}} = \frac{400 \text{ V}}{12,5 \text{ A}} = 32 \, \Omega$$

$$X_C' = -X_\sigma \pm \sqrt{R^2 - Z^2}$$

$$X_C' = -1,732 \, \Omega \pm \sqrt{32^2 - 0,866^2} \, \Omega = -1,732 \, \Omega \pm 32 \, \Omega$$

$$X_C' = -33,73 \, \Omega \quad (\text{nur negative Wurzel sinnvoll, da } X_C < 0)$$

Damit berechnet sich die Spannung U_2' zu:

$$U_2' = I_{1N} \cdot |X_C'| = 12,5 \text{ A} \cdot 33,732 \, \Omega = 421,65 \text{ V}$$

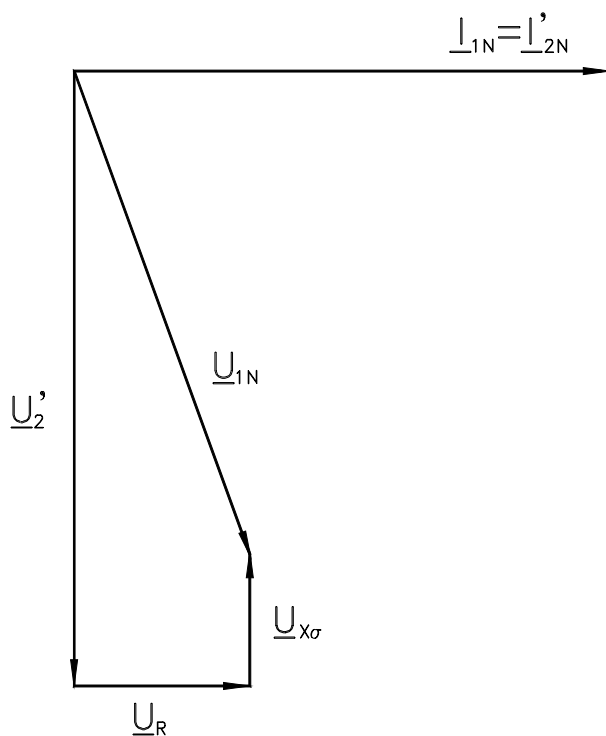
$$U_2 = \frac{U_2'}{ü} = \frac{421,65 \text{ V}}{4} = 105,41 \text{ V} > U_{2N}$$

Spannungsüberhöhung durch Kondensator! (Kapazitive Spannungsüberhöhung)

$$X_C' = \ddot{u}^2 \cdot X_C \quad \text{damit wird} \quad X_C = \frac{X_C'}{\ddot{u}^2} = \frac{-33,73 \Omega}{4^2} = -2,11 \Omega$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad \text{damit wird} \quad C = -\frac{1}{\omega X_C} = -\frac{1}{2\pi f \cdot X_C}$$

$$C = -\frac{1}{2\pi 50 \text{ s}^{-1} \cdot (-2,11 \Omega)} = 1,51 \cdot 10^{-3} \text{ F}$$



Zeigerdiagramm (nicht maßstäblich)

Am einfachsten von der Sekundärseite aus zu konstruieren.

Aufgabenblatt

- Lösung Aufgabe 1
- Lösung Aufgabe 2
- Lösung Aufgabe 3
- Lösung Aufgabe 4
- Lösung Aufgabe 5
- Lösung Aufgabe 6
- Lösung Aufgabe 7
- Lösung Aufgabe 8
- Lösung Aufgabe 9